



Osnovni pojmovi o električnim signalima

Marko Dimitrijević, Dragan Mančić

Uvod – pojam signala

- Signal je manifestacija neke fizičke pojave. U matematičkom smislu, signal je **funkcija** koja sadrži informaciju o fizičkoj pojavi. Na primer, zvuk predstavlja funkciju pritiska koji zavisi od koordinata prostora i vremena.
- U elektronici, pod signalom podrazumevamo promenu **elektromagnetnog polja, napona ili struje u vremenu**, koja sadrži neku informaciju. Prema tome, signal možemo predstaviti kao funkciju čiji je argument vreme:

$$\vec{E}(t), \vec{B}(t), v(t), i(t)$$

Signal i informacija

- U kategoriju signala se ponekad uključuju i fizičke pojave koje imaju stohastički karakter i ne prenose informaciju – **šumovi**.
- Informacija koju prenosi signal može biti različita: govor, zvuk, slika, video,... Osim korisnih informacija, signal može nositi i beskorisne informacije koje nisu stohastičkog karaktera, **smetnje**.
- Količina informacije koju signal prenosi je određena **entropijom**, odnosno brojem različitih stanja koje signal ima (Claude Shannon).

Energija signala

- Svaki signal ima određenu **energiju**. Ukoliko se radi o električnom signalu, energija signala je sadržana u elektromagnetnom polju i kinetičkoj energiji naelektrisanih čestica.
- Električni signali se mogu pretvoriti u drugi oblik signala pomoću odgovarajućeg pretvarača. Pretvarači se često koriste u sistemima merenja i automatskog upravljanja, gde se električni signali pretvaraju u druge i iz drugih fizičkih veličina (toplote, sile, obrtnog momenta, svetlosti, kretanja, položaja itd.).

Pretvaranje signala

- Proces pretvaranja jednog oblika energije u drugi poznat je kao **transdukcija**.
- Uređaj koji pretvara signal jednog oblika energije u signal drugog oblika se naziva **pretvarač** ili **transduktor**. Na primer, mikrofon pretvara zvučni signal (promenu pritiska u vremenu) u naponski signal, a zvučnik radi obrnuto – pretvara električni signal u zvučni, tj. u promenu pritiska u vremenu.
- Pretvarač koji pretvara u električni signal se naziva **senzor**, pri čemu se izvorni oblik signala pretvara u električni.

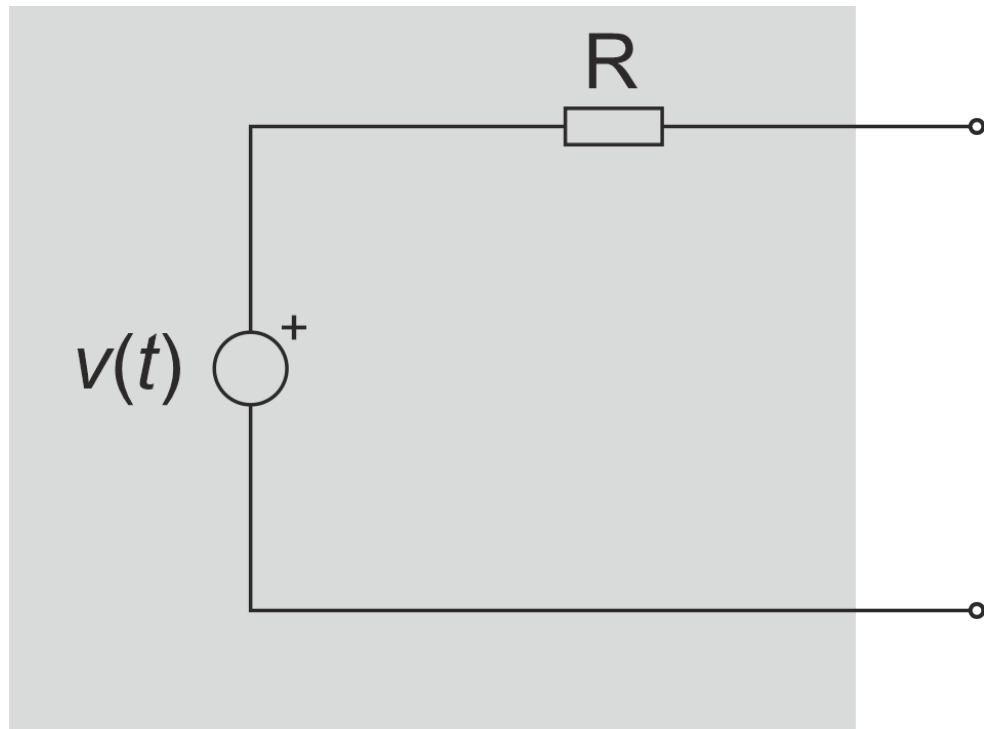
Senzori i pretvarači

- Prema izvornom signalu koji se konvertuje u električni, senzori se mogu podeliti na:
 1. elektromagnetne (električno i magnetno polje),
 2. mehaničke (senzori pritiska, protoka, ubrzanja, pravca),
 3. toplotne i temperaturne,
 4. hemijske (senzori hemijskih elemenata i jedinjenja),
 5. optičke (u različitim oblastima EM spektra),
 6. akustičke (zvučni, ultrazvučni, infrazvučni i senz. vibracija),
 7. senzore zračenja (neutrona, alfa, beta i gama zračenja),...

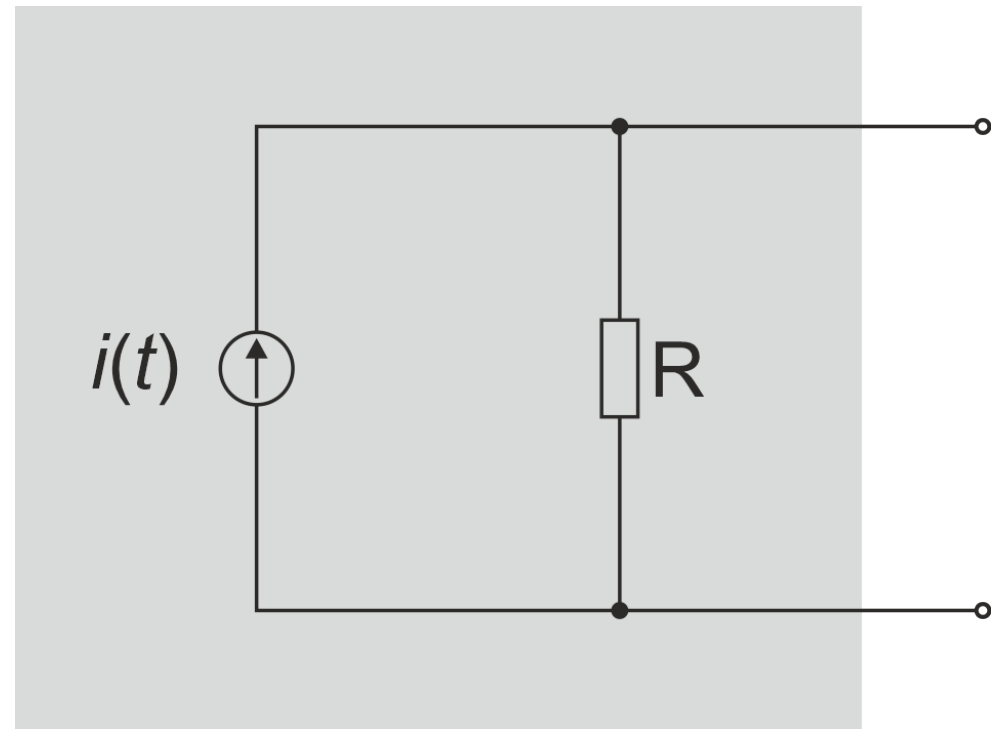
Senzori kao izvori signala

- U elektronici razmatramo električne signale koje dobijamo sa senzora, tako da senzor i fizički sistem koji pobuđuje senzor u elektronici često nazivamo **izvor signala**.
- Izvori signala se najjednostavnije predstavljaju ekvivalentnim **Tevenenovim** ili **Nortonovim** generatorom. Napon (struja) generatora zavise od spoljašnje pobude (izvornog signala), a impedansa generatora u opštem slučaju nije linearna (zavisnost struje i napona nije linearna funkcija, a o linearnosti će biti više reči kasnije.)

Senzori kao izvori signala



Theveninov generator



Nortonov generator

Zašto su električni signali pogodni?

- Električnim signalima se može manipulirati lakše nego drugim fizičkim signalima.
- Električni signali se mogu lako prenositi na velike udaljenosti.
- Informacija koju prenose električni signali se može memorisati.

Zašto su električni signali pogodni?

- Zbog navedenih osobina, električni signali su primarni nosioci informacija u inženjerstvu.
- Pretvaranje, obrada i prenos električnih signala, kao i memorisanje informacije koju električni signal nosi, su domen **elektrotehnike** (kao osnovnog teorijskog okvira), **elektronike** i ostalih specijalizovanih tehničkih disciplina (telekomunikacije, automatika i automatsko upravljanje, računarski hardver, itd.)
- Predmet elektronike su **kola i sistemi** koji imaju **aktivan uticaj** na električne signale: pojačanje, usmeravanje, modulacija, itd., za razliku od elektrotehnike koja proučava pasivne uticaje kao što su otpor, kapacitet i induktivnost.

Podela signala

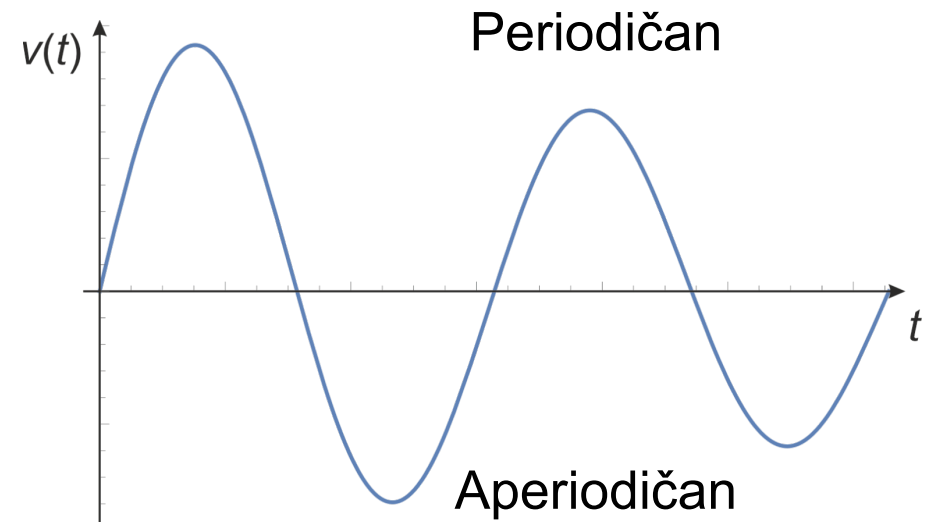
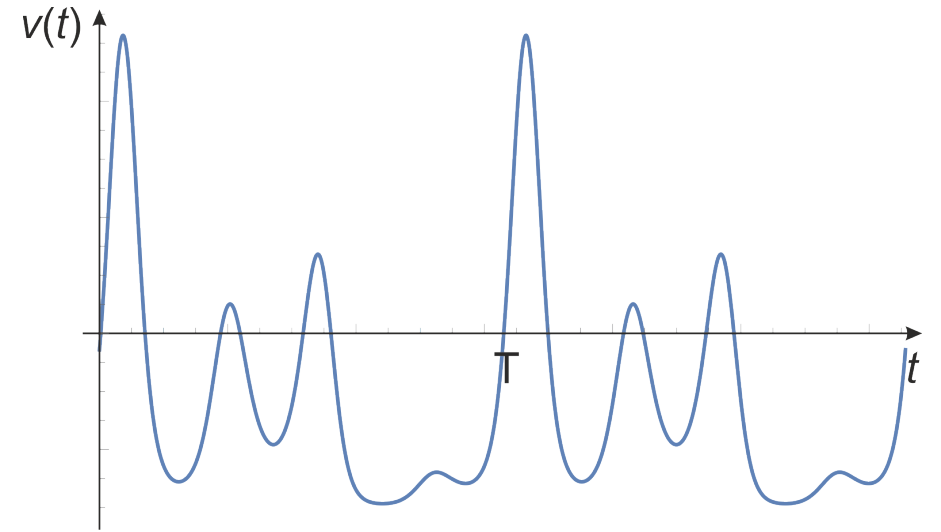
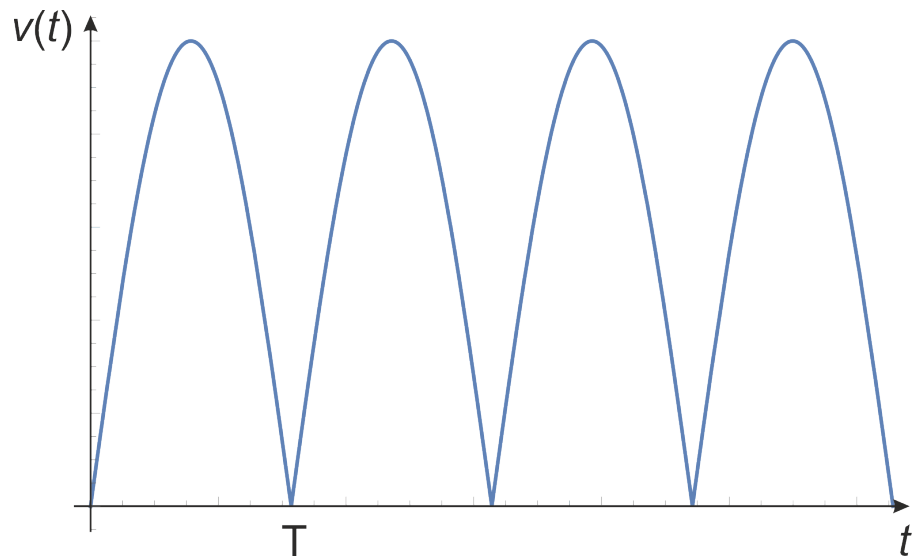
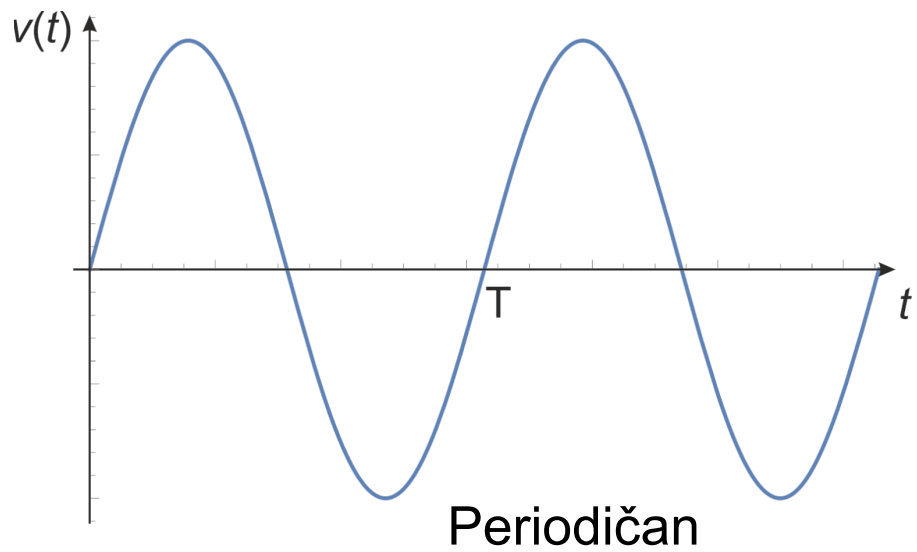
- Signali se mogu klasifikovati prema više kriterijuma:
 1. prema fizičkoj veličini koja manifestuje signal – naponski signal, strujni signal (U daljem razmatranju će biti razmatrani naponski signali $v(t)$, ali sve osobine važe i za strujne signale $i(t)$.);
 2. prema osobini (kardinalnosti) skupa vrednosti koje signal može da ima – analogni (kontinualni) signali i digitalni (diskretni) signali;
 3. prema statističkim osobinama signala - deterministički signali i slučajni signali;

Analogni signal

- Analogni signali mogu imati proizvoljnu vrednost iz nekog opsega u proizvoljnom trenutku. Matematički formulisano, *domen* (vreme) i *kodomen* (vrednost signala) funkcije koja matematički predstavlja analogni signal su kontinualni skupovi (neprebrojivi, imaju moć kontinuumu).
- Analogni signali mogu biti **periodični** i **aperiodični**.
- Periodični signali se ponavljaju u jednakim vremenskim intervalima, **periodima** (T):

$$v(t) = v(t + kT), \quad k \in \mathbb{Z}$$

Periodični i aperiodični signali



Osobine analognih signala

- Osobine analognih signala su:
 1. Talasni oblik (zavisnost vrednosti signala od vremena)
 2. Minimalna vrednost, maksimalna vrednost i opseg signala
 3. Srednja vrednost (V_0)
 4. Efektivna vrednost (V_{ef})
- Osobine periodičnih signala su:
 1. Amplituda (pozitivna, V_+ i negativna, V_-)
 2. Period (T), frekvencija (f) i kružna frekvencija (ω)

Srednja i efektivna vrednost signala

- **Srednja vrednost signala** se definiše formulom

$$V_0 = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} v(t) dt$$

- **Efektivna vrednost signala** jednaka je jednosmernom naponu (ili struji) koji bi na otporniku proizveo istu snagu kao taj signal. Izračunava se prema formuli

$$V_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} v^2(t) dt}$$

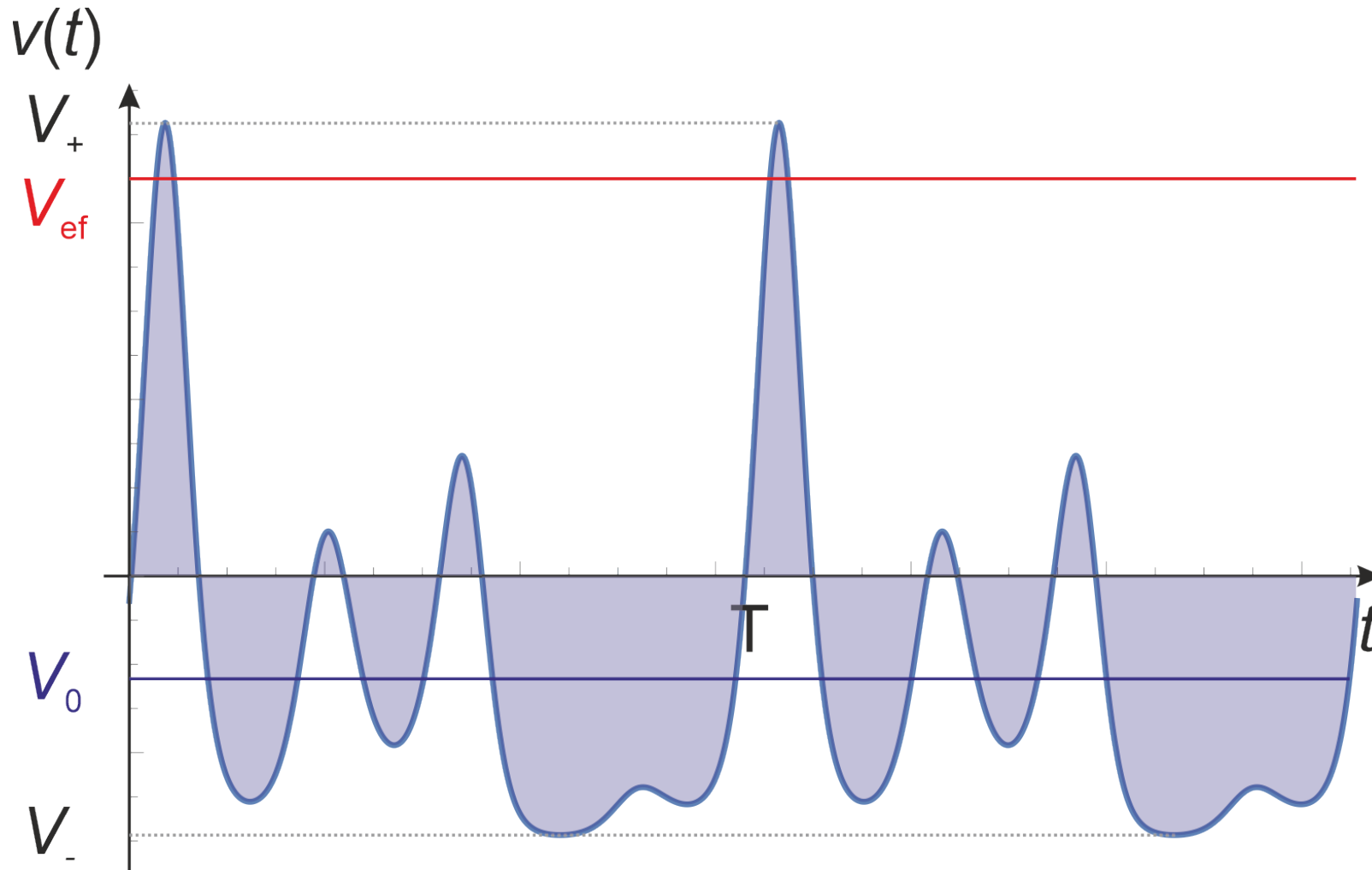
Srednja i efektivna vrednost signala

- Ukoliko je signal periodičan, za **vreme usrednjavanja Δt** se uzima period signala T:

$$V_0 = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt$$

$$V_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt}$$

Srednja i efektivna vrednost signala



- Srednja vrednost signala je proporcionalna površini između apscise i funkcije signala.

Frekvencija signala

- Frekvencija periodičnog signala jednaka je recipročnoj vrednosti periode, i izražava se u hercima (Hz):

$$f = \frac{1}{T}$$

- Kružna frekvencija je jednaka frekvenciji pomnoženoj sa faktorom 2π . Izražava se u radijanima u sekundi (rad/s):

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

Prostoperiodični signali

- Periodičan signal koji se matematički može izraziti sinusnom ili kosinusnom funkcijom, naziva se **prostoperiodični** signal

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi)$$

- φ i ϕ predstavljaju **fazu** signala. Sinusna i kosinusna reprezentacija prostoperiodičnog signala su ekvivalentne, jer se φ i ϕ razlikuju za konstantnu vrednost, $\pi/2$. V_m je **amplituda**, a ω **kružna frekvencija** signala.

Furijeova (Fourier) teorema

- Svaki (složeno) periodični signal se može predstaviti kao superpozicija (suma, zbir) prostoperiodičnih signala – tzv. harmonika – čije su frekvencije jednake celobrojnom umnošku frekvencije (složeno) periodičnog signala:

$$v(t) = V_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \sin k\omega t + B_k \cos k\omega t)$$

Furijeova (Fourier) transformacija

- V_0 – Srednja vrednost složenoperiodičnog signala
- k – red harmonika, prvi harmonik je **osnovni harmonik**
- ω – kružna frekvencija osnovnog harmonika ($\omega=2\pi/T$)
- A_k, B_k – ortogonalne komponente harmonika

$$V_0 = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt \quad A_k = \frac{2}{T} \int_0^T v(t) \cos k\omega t dt \quad B_k = \frac{2}{T} \int_0^T v(t) \sin k\omega t dt$$

Furijeova (Fourier) transformacija

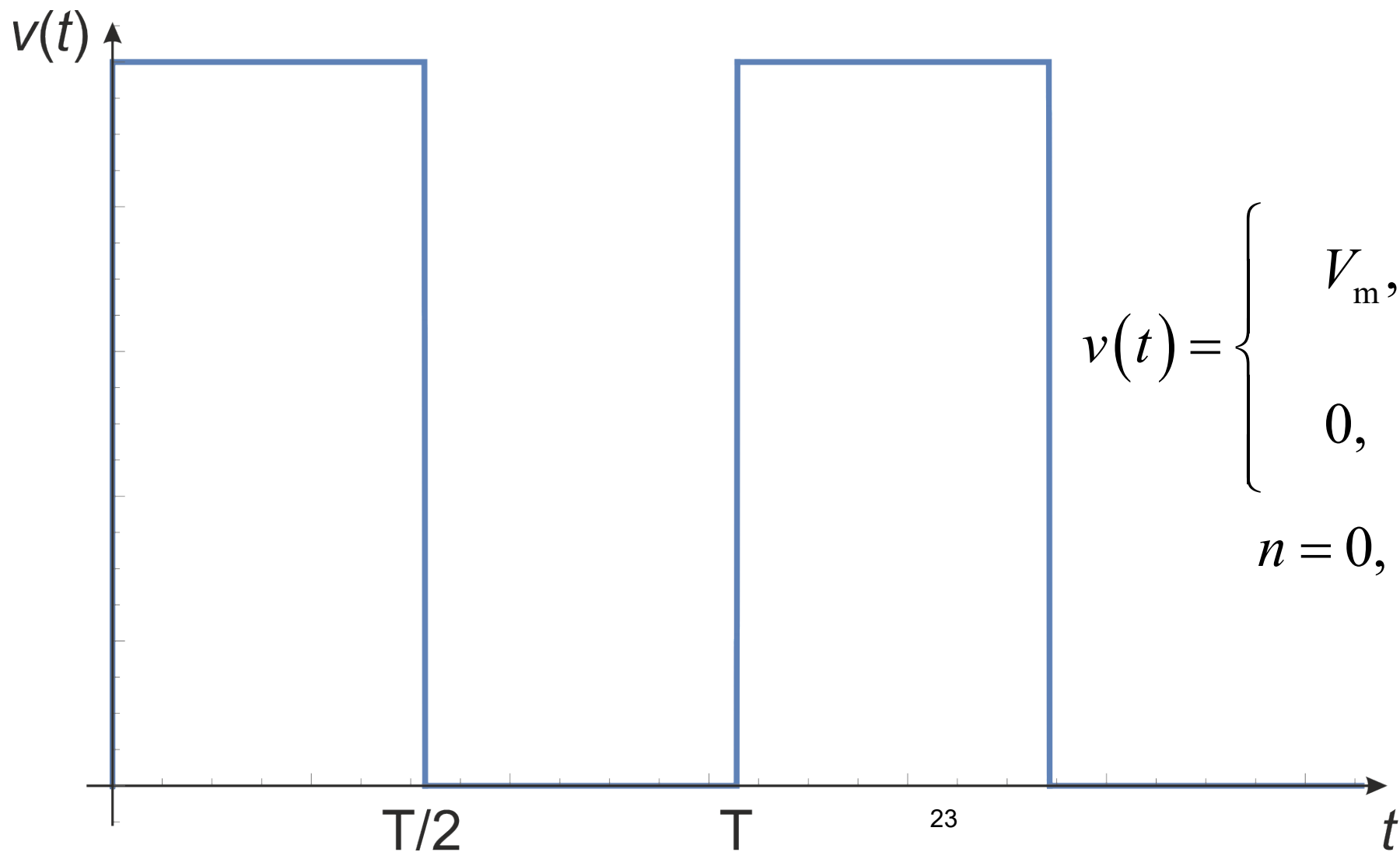
- Furijeov razvoj se može predstaviti u kompaktnijem obliku:

$$v(t) = V_0 + \sum_{k=1}^{\infty} V_k \cos(k\omega t + \varphi_k)$$

$$V_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2} \qquad \varphi_k = \arctan\left(-\frac{B_k}{A_k}\right)$$

- V_k su amplitude harmonika, a φ_k faze harmonika.

Primer Furijeove transformacije



$$v(t) = \begin{cases} V_m, & nT \leq t \leq nT + \frac{T}{2} \\ 0, & nT + \frac{T}{2} \leq t \leq (n+1)T \end{cases}$$

$n = 0, 1, 2 \dots$

Primer Furijeove transformacije

$$v(t) = \begin{cases} V_m, & 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0, & \frac{T}{2} \leq t \leq T \end{cases}$$

$$V_0 = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} V_m dt + \frac{1}{T} \int_{T/2}^T 0 dt = \frac{V_m}{2}$$

Primer Furijeove transformacije

$$A_k = \frac{2}{T} \int_0^T v(t) \cos k\omega t dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} V_m \cos k\omega t dt + \frac{2}{T} \int_{T/2}^T 0 \cos k\omega t dt$$

$$A_k = \frac{2V_m}{T} \int_0^{T/2} \cos k\omega t dt = \frac{2V_m}{Tk\omega} \sin k\omega t \Big|_0^{T/2} = \frac{2V_m}{T(2k\pi/T)} \sin \frac{2k\pi t}{T} \Big|_0^{T/2}$$

$$A_k = \frac{V_m}{k\pi} (\sin k\pi - \sin 0) = 0$$

Primer Furijeove transformacije

$$B_k = \frac{2}{T} \int_0^T v(t) \sin k\omega t dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} V_m \sin k\omega t dt + \frac{2}{T} \int_{T/2}^T 0 \sin k\omega t dt$$

$$B_k = \frac{2V_m}{T} \int_0^{T/2} \sin k\omega t dt = \frac{2V_m}{Tk\omega} \left(-\cos k\omega t \right) \Big|_0^{T/2} = \frac{2V_m}{T(2k\pi/T)} \left(-\cos \frac{2k\pi t}{T} \right) \Big|_0^{T/2}$$

$$B_k = -\frac{V_m}{k\pi} (\cos k\pi - \cos 0) \qquad B_k = \begin{cases} \frac{2V_m}{k\pi}, & k \text{ neparno} \\ 0, & k \text{ parno} \end{cases}$$

Primer Furijeove transformacije

$$V_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2} = \frac{2V_m}{k\pi}, \quad k \text{ neparno}$$

$$\varphi_k = \arctan\left(-\frac{B_k}{A_k}\right) = \arctan(-\infty) = -\frac{\pi}{2}, \quad k \text{ neparno}$$

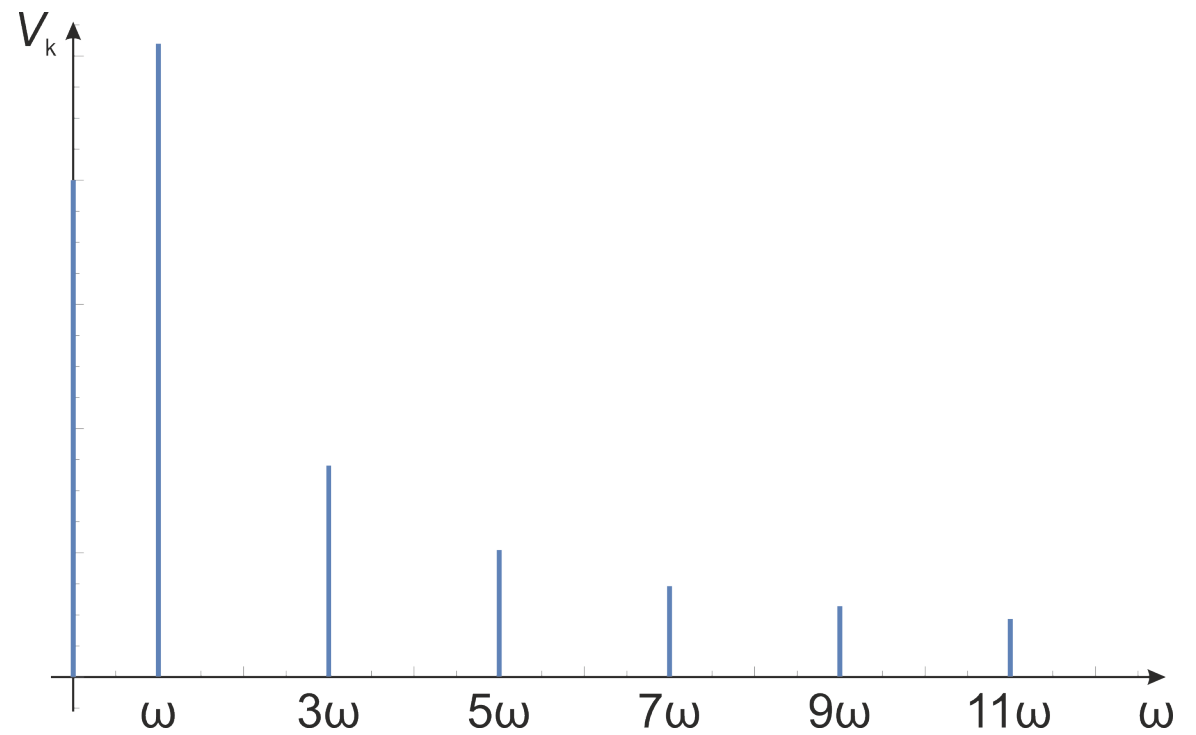
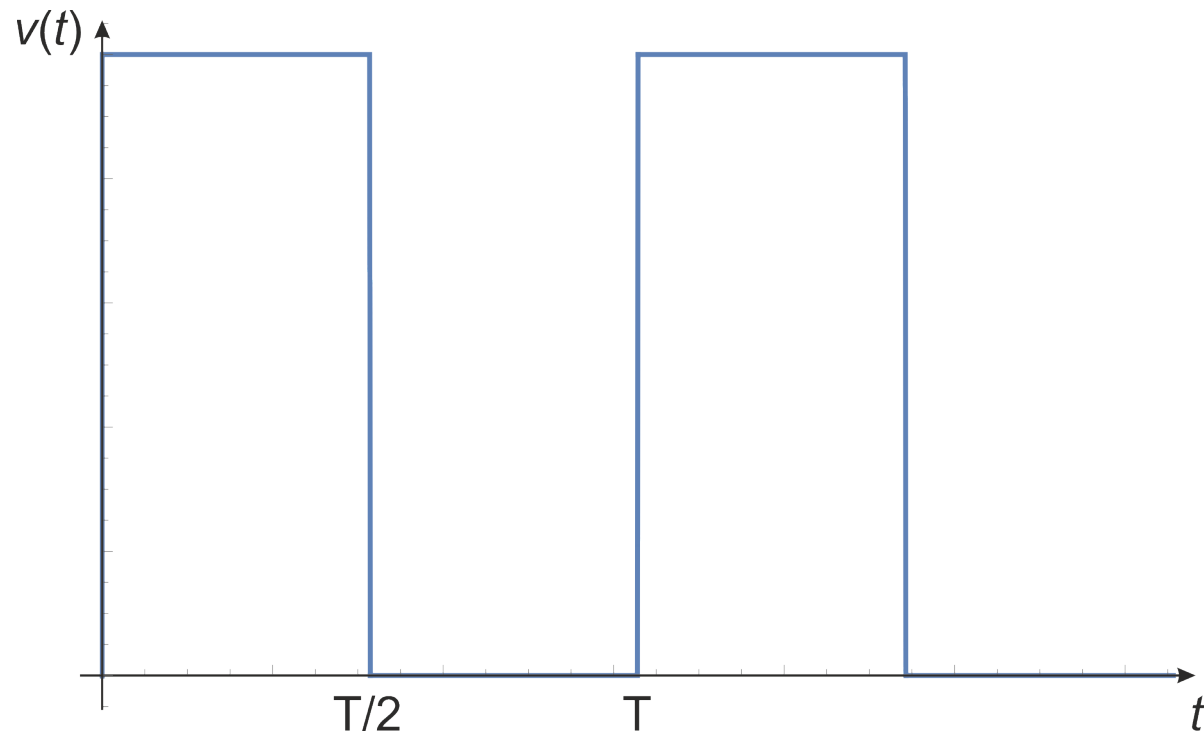
$$v(t) = \frac{V_m}{2} + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{2V_m}{(2i+1)\pi} \sin((2i+1)\omega t)$$

$$k = 2i + 1$$

Domeni

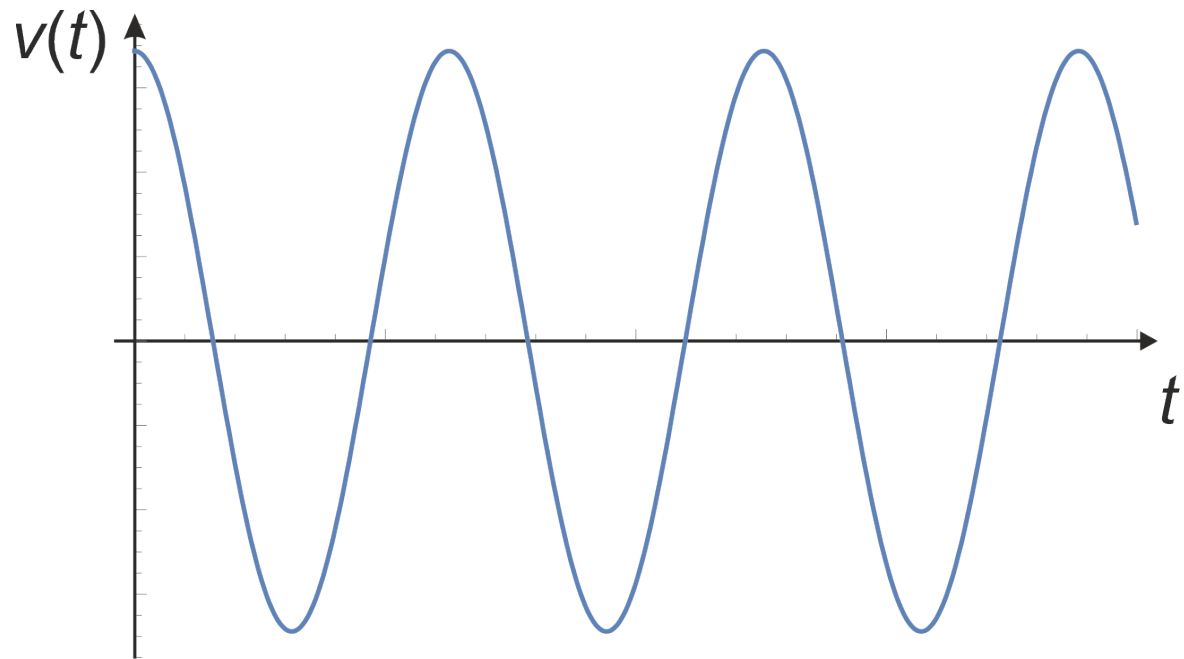
- U dosadašnjem razmatranju, signale smo analizirali kao fizičke veličine koje su funkcije vremena. Ovakvo razmatranje se naziva analiza u **vremenskom domenu**.
- Primenom Furijeove transformacije, dobijamo zavisnost vrednosti signala od frekvencije. Analiza signala kao funkcija frekvencije se naziva analiza u **frekvencijskom domenu**.
- Zavisnost amplituda harmonika od frekvencije je **spektar** signala. Periodični signali imaju diskretan spektar.
- Zavisnost faza harmonika od frekvencije je **fazni spektar** signala.

Talasni oblik i spektar signala



Talasni oblik i spektar signala

- Prostoperiodični signali imaju samo jedan harmonik, tj. samo jednu komponentu spektra

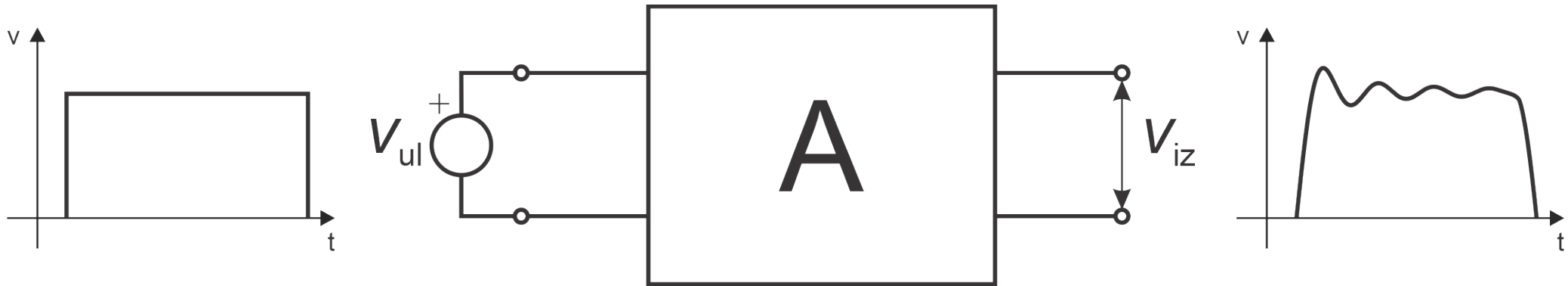


Analiza signala u različitim domenima

- Prilikom analize signala u vremenskom domenu, potrebno je rešavati **integro-diferencijalne jednačine**.
- Prilikom analize signala u vremenskom domenu, potrebno je **poznavati (zadati) i početne vrednosti**.
- Prilikom analize signala u frekvencijskom domenu, **nisu potrebni početni uslovi** i potrebno je rešavati **(kompleksne) algebarske jednačine**, što je lakši zadatak.
- Analizom signala u frekvencijskom domenu, mogu se sagledati aspekti koji nisu očigledni prilikom analize u vremenskom domenu.
- Veza između domena je (inverzna) Furijeova (Fourier) transformacija.

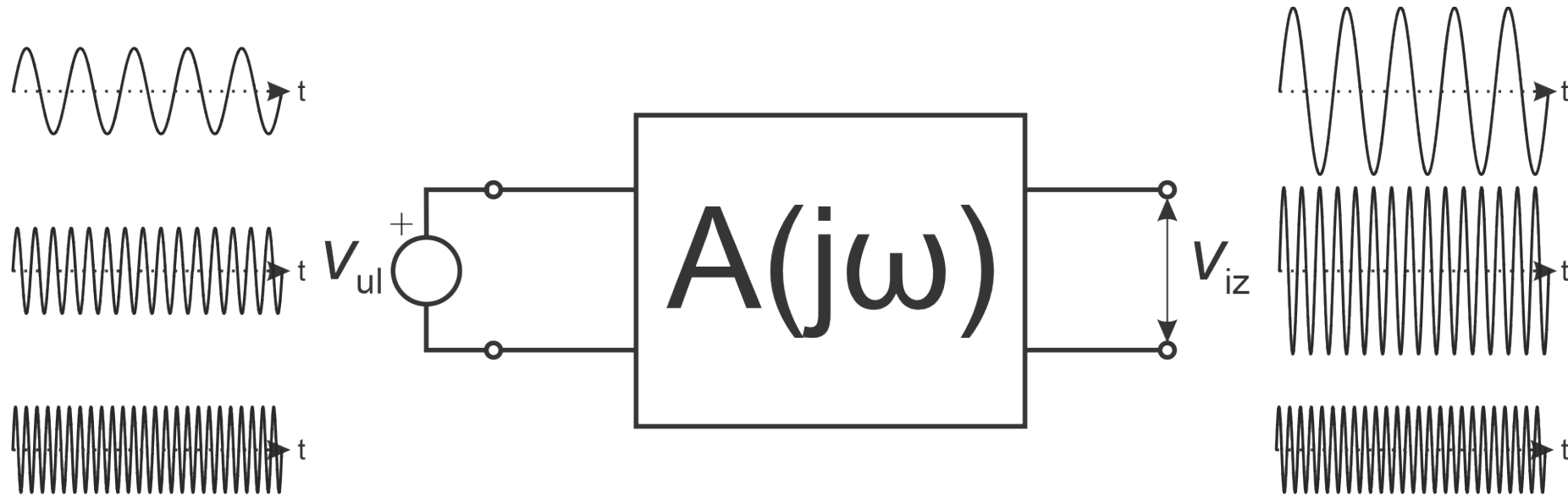
Vremenski domen

- Odziv sistema predstavljen u vremenskom domenu



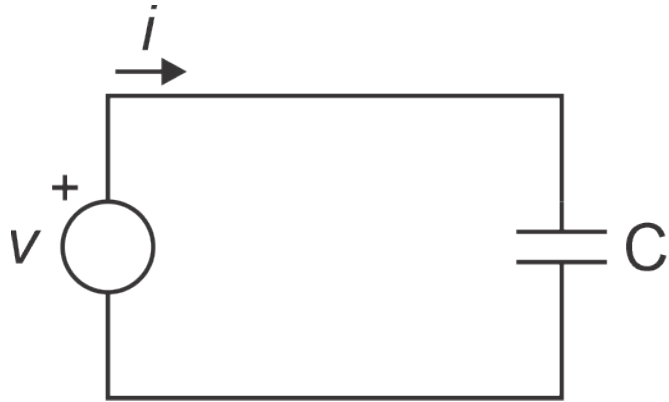
Frekvencijski domen

- Odziv sistema predstavljen u frekvencijskom domenu



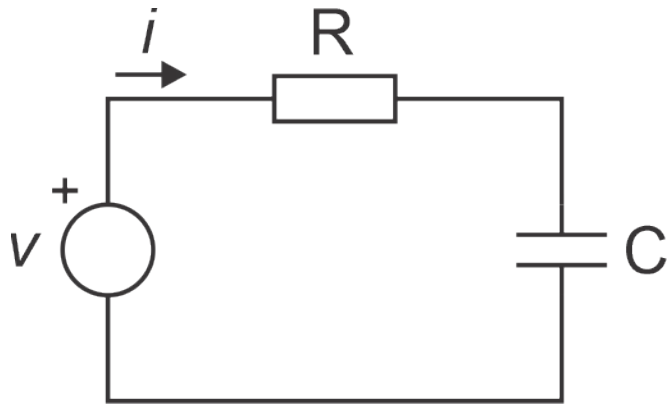
Analiza signala u različitim domenima

- Signali se mogu analizirati u vremenskom i frekvencijskom domenu



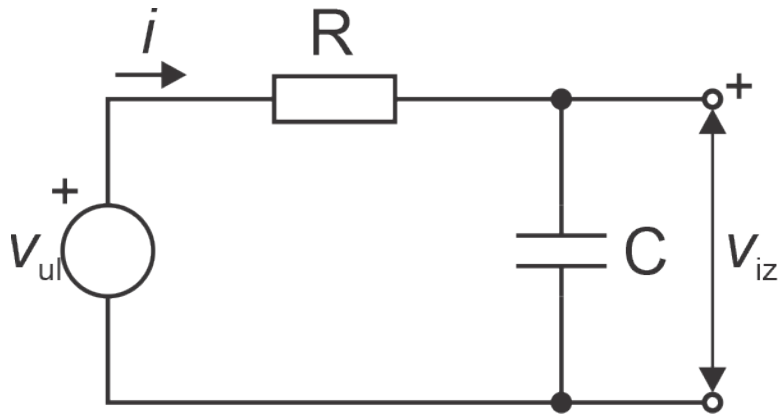
vremenski domen	frekvencijski domen
$v = \frac{1}{C} \int i dt$	$V = \frac{I}{j\omega C}$

Analiza signala u različitim domenima



vremenski domen	frekvencijski domen
$v = iR + \frac{1}{C} \int idt$	$V = IR + \frac{I}{j\omega C}$

Analiza signala u različitim domenima



vremenski domen

$$RC \frac{dv_{iz}}{dt} + v_{iz} = v_{ul}$$

frekvencijski domen

$$V_{iz} = \frac{1}{1+j\omega RC} \cdot V_{ul}$$

Zaključci

- Analizom signala u različitim domenima mogu se sagledati različiti aspekti signala.
- Osim Furijeove transformacije, koja povezuje vremenski i frekvencijski domen, koriste se i druge transformacije prilikom analize signala, kao što su **Laplasova (Laplace)** i **z transformacija** (digitalni signali).

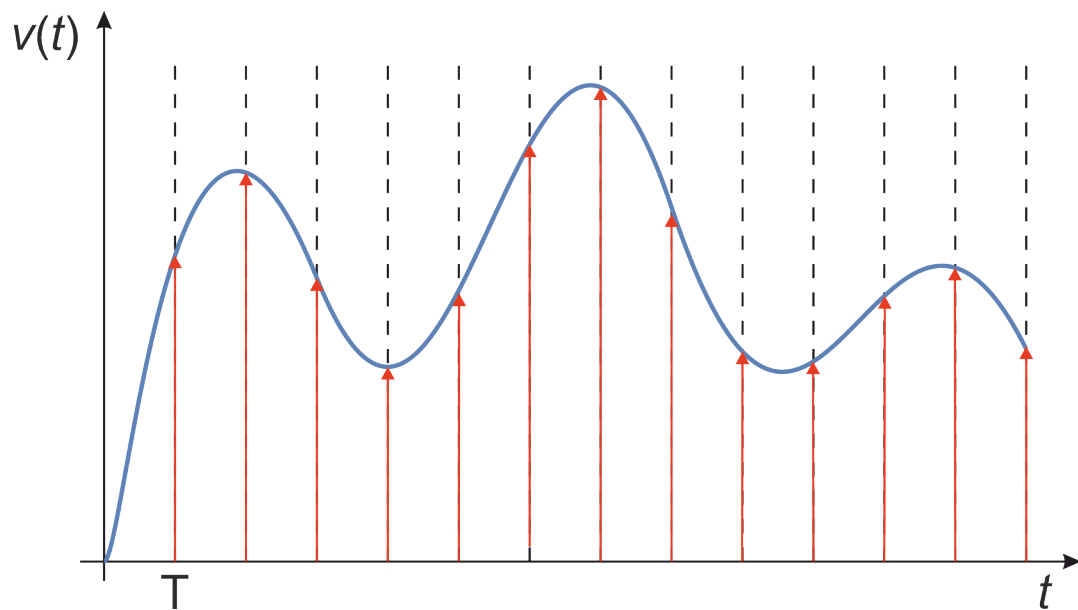
Digitalni signali

- **Digitalni signali** se mogu predstaviti kao niz diskretnih vrednosti; u određenom trenutku mogu imati jednu vrednost iz konačnog skupa vrednosti. Po tome se razlikuju od analognih signala, koji predstavljaju kontinuirane vrednosti i u bilo kom trenutku se mogu predstaviti realnim brojem u neprekidnom opsegu vrednosti.
- Digitalni signali predstavljaju informacije u **nivoima**. Nivoi su diskretni opsezi analognih vrednosti. Sve vrednosti signala unutar nivoa predstavljaju isto informaciono stanje.
- Informacija predstavljena jednim nivoom signala se naziva **simbol**.

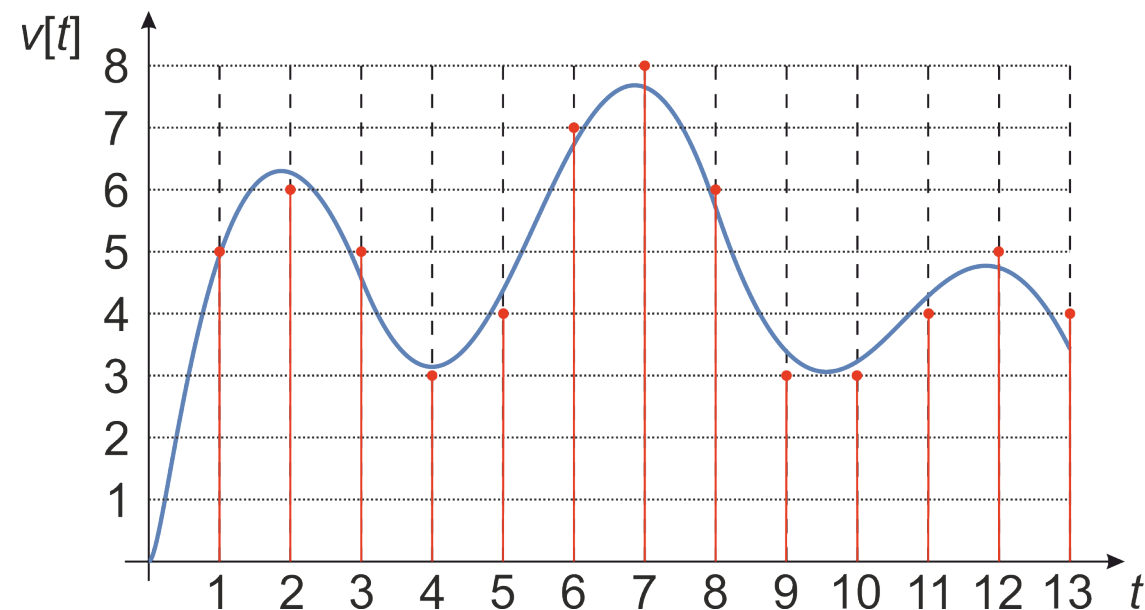
Digitalni signali

- Digitalni signali često nastaju semplovanjem (uzorkovanjem) analognih signala.
- Analogni signal se može digitalizovati pomoću analogno-digitalnog konvertora, pri čemu A/D konvertor očitava vrednost signala u konstantnim periodima. Dobijeni digitalni signal ima **diskretizovanu (kvantovanu) amplitudu** i predstavljen je u **diskretnim vremenskim intervalima**.
- Frekvencija kojom A/D konvertor očitava analogni signal se naziva **frekvencija semplovanja**. Frekvencija semplovanja mora biti najmanje dvostruko veća od frekvencijskog opsega signala – Nikvist-Šenonova teorema odmeravanja.

Semplovanje signala



Semplovanje signala



Kvantizacija amplitude

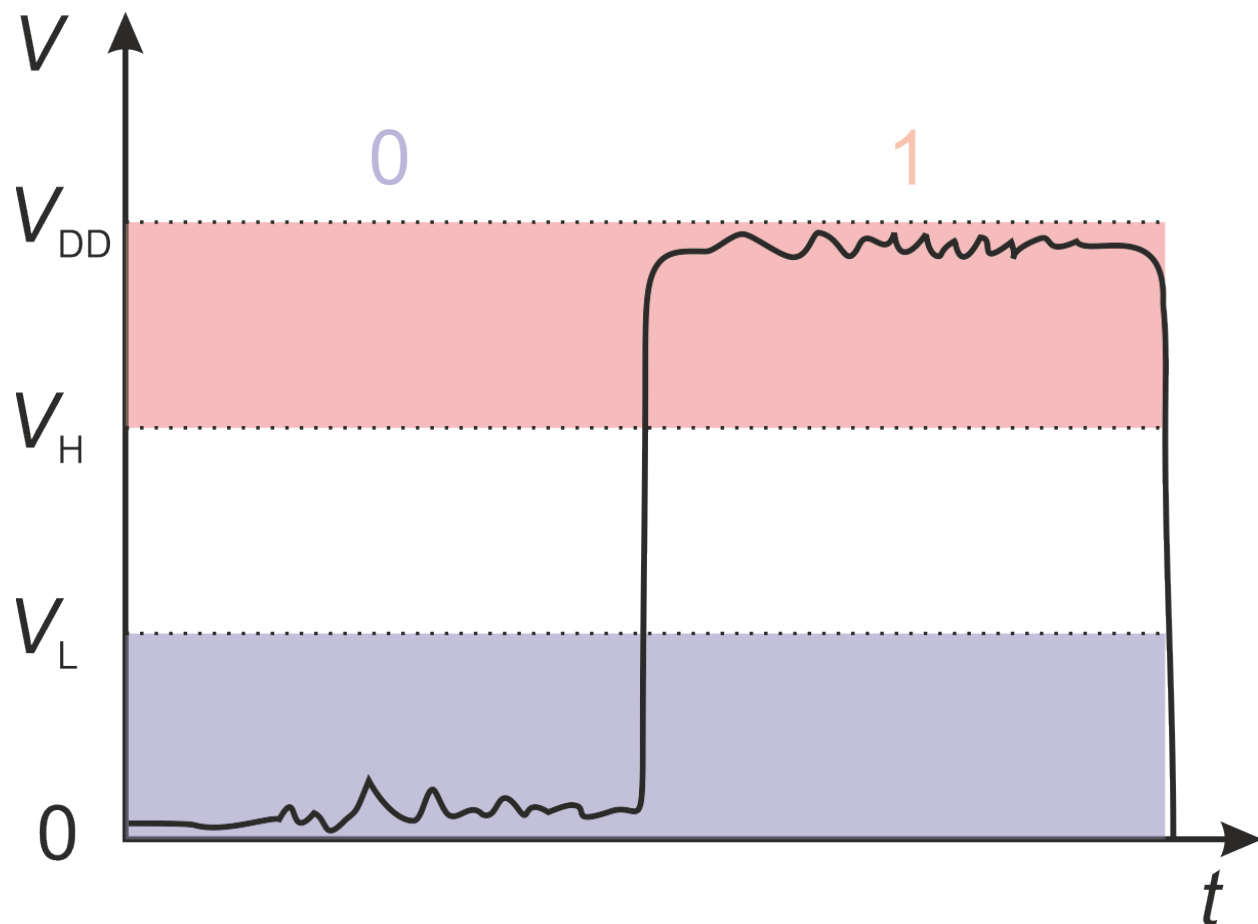
Binarni digitalni signali

- U većini digitalnih kola signal može imati dve moguće dozvoljene vrednosti, tj. dva nivoa. Ovakav digitalni signal se naziva **binarni** ili **logički signal**.
- Binarni signali su predstavljeni sa dva (naponska) nivoa: jedan u blizini referentne vrednosti (obično se naziva **masa**), a drugi ima vrednost blizu napona napajanja. Ovi nivoi odgovaraju dvema vrednostima – **0** i **1**, ili „**netačno**“ i „**tačno**“.
- Binarni signal u bilo kom trenutku predstavlja jednu binarnu cifru – **bit** (***B**inary **d**igit*). Kod binarnog signala, simbol predstavlja jedan bit.

Binarni digitalni signali

- Zbog kvantizacije signala, relativno male promene analognog signala ne utiču na nivo digitalnog signala.
- Ukoliko šum nije veliki, neće uticati na digitalne signale, dok uvek u određenoj meri utiče na analogne signale.
- Digitalni signali koji imaju veći broj nivoa prenose veću količinu informacija, ali su podložniji uticaju šumova (Šenon-Hartlijeva teorema).
- Binarni signal prenosi najmanju količinu informacija (jedan bit) i šumovi najmanje utiču na njih.

Binarni digitalni signali

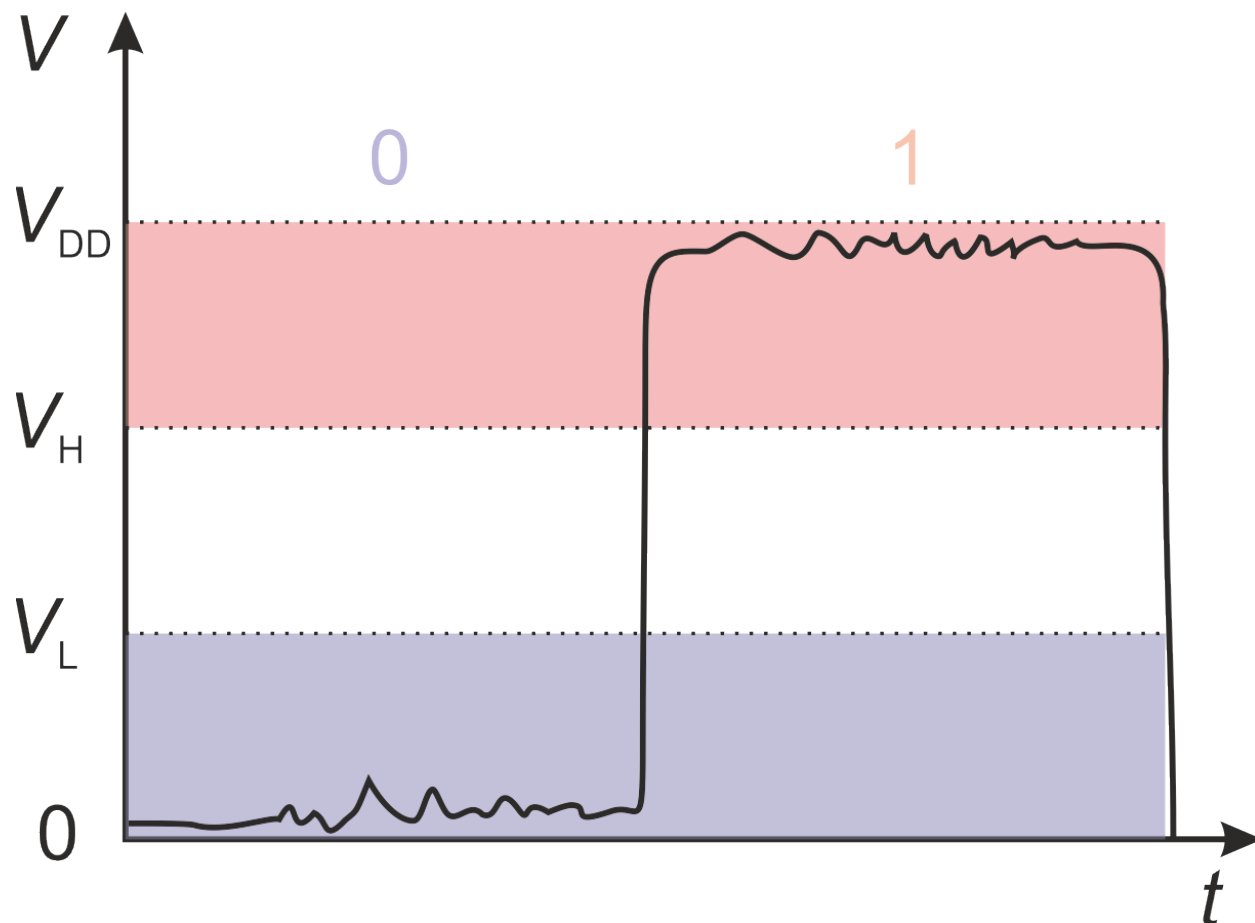


- Naponski nivoi koji odgovaraju logičkim vrednostima nisu konstantni, već su definisani opsezi:

0 do V_L – logička 0

V_H do V_{DD} – logička 1

Binarni digitalni signali



- Pragovi V_L i V_H zavise od konkretne implementacije (familije) digitalnih kola.
- Kod **CMOS** digitalnih kola je

$$V_H = 2/3 V_{DD}$$

$$V_L = 1/3 V_{DD}$$

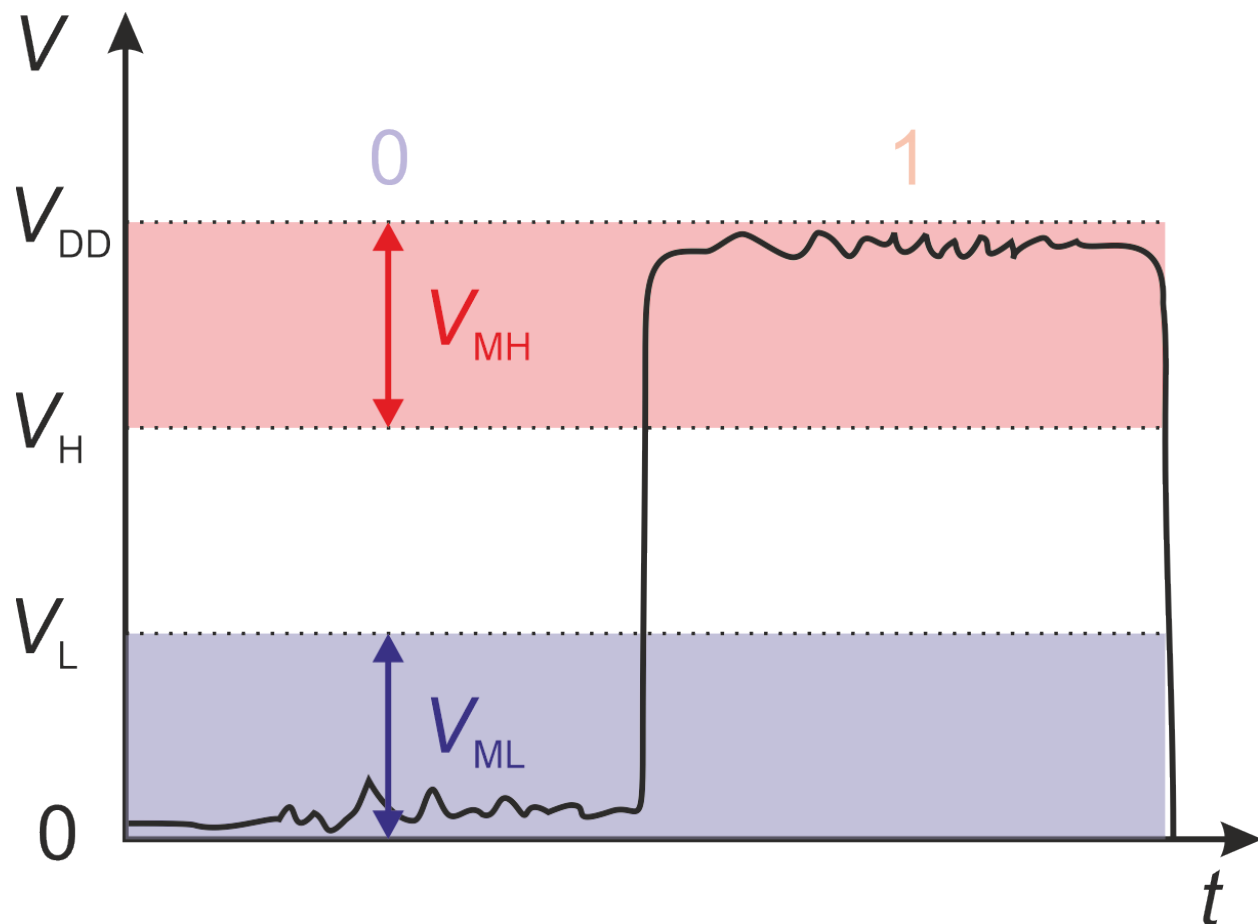
- Kod **TTL** kola je

$$V_{DD} = 5 \pm 0,5V$$

$$V_H = 2V$$

$$V_L = 0,8V$$

Binarni digitalni signali

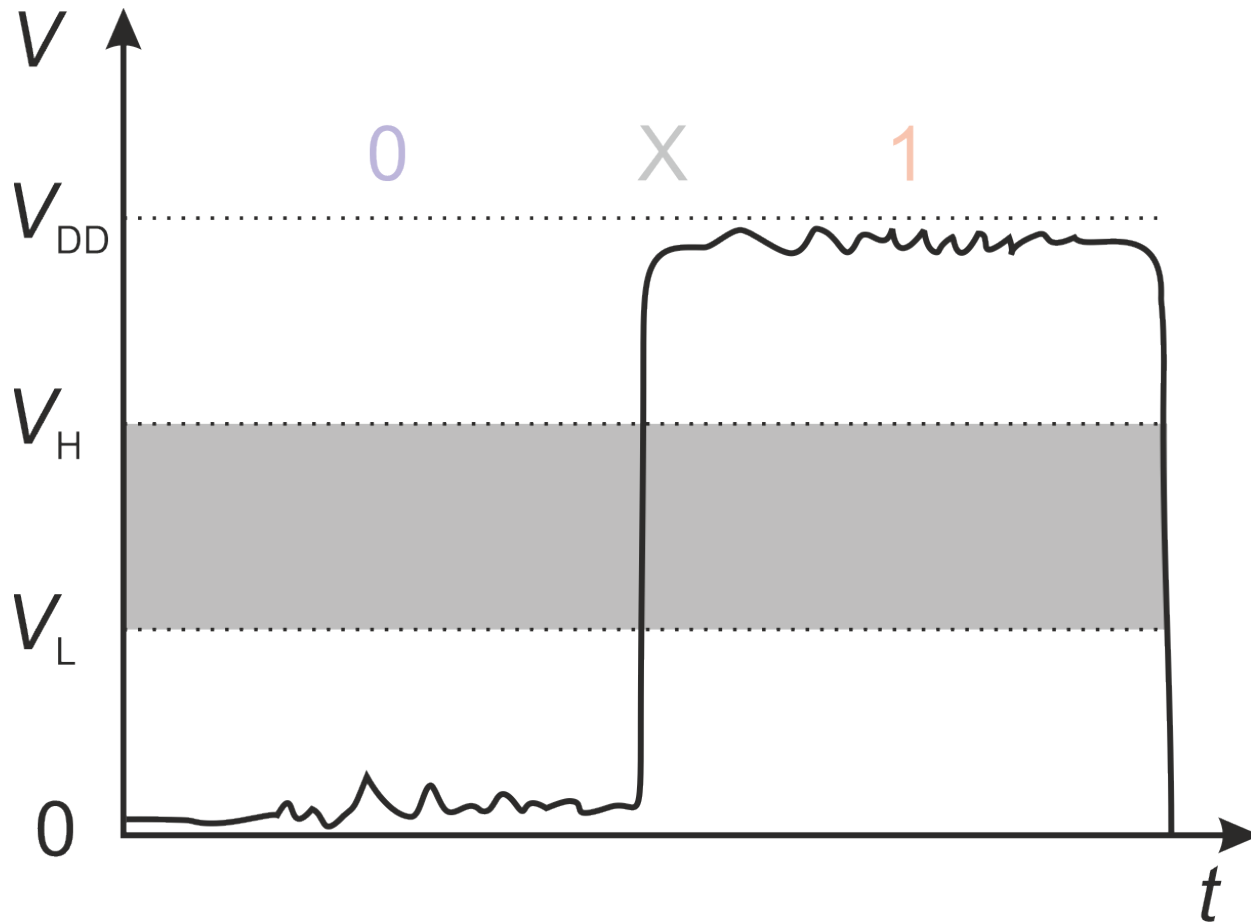


- **Margine šuma** su vrednosti napona za koje signal prelazi prag tačne logičke vrednosti „0“ ili „1“:

$$V_{MH} = V_{DD} - V_H$$

$$V_{ML} = V_L$$

Binarni digitalni signali



- Oblast između V_L i V_H je **nedozvoljena oblast**, i ukoliko je napon u ovoj oblasti, logičko stanje signala je nedefinisano.
- Prilikom sinteze (projektovanja) digitalnih kola i sistema, osim logičkih vrednosti 0 i 1, definišu se i dodatna stanja kola, kao što je nedefinisano (X) stanje, stanje visoke impedanse (Z), itd.
- **IEEE 1164** standard definiše 9 logičkih stanja.

Kodiranje binarnih signala

- Povezivanje logičkih vrednosti sa određenim naponskim nivoima se naziva **kodiranje**.
- Do sada je bilo reči o jednostavnom kodiranju, gde su logičke vrednosti 0 i 1 predstavljene niskim, odnosno visokim naponskim nivoom. U digitalnim kolima su binarni podaci predstavljeni ovakvim načinom kodiranja, koji se naziva i **unipolarni, NRZ-L** kôd.
- Prilikom prenosa i skladištenja digitalnih podataka, koriste se i drugi kodovi.

Kodiranje binarnih signala

Signal	Komentar	1	0
NRZ – L	Non-return-to-zero level. Ovo je standardni način kodiranja koji se koristi u digitalnim kolima	Postavlja visoki nivo	Postavlja nizak nivo
NRZ – M	Non-return-to-zero mark	Izaziva promenu nivoa	Nema efekta (nastavlja sa slanjem prethodnog nivoa)
NRZ – S	Non-return-to-zero space	Nema efekta (nastavlja sa slanjem prethodnog nivoa)	Izaziva promenu nivoa
RZ	Return to zero	Postavlja visoki nivo tokom pola perioda i vraća se na nizak nivo	Zadržava nizak nivo tokom čitavog perioda
Biphase – L	Poznat kao Manchester kod	Postavlja negativni prelaz u sredini perioda	Postavlja pozitivni prelaz u sredini perioda
Biphase – M	Varijanta Manchester koda	Izaziva promenu nivoa u sredini perioda	Zadržava nivo
Biphase – S	Varijanta Manchester koda	Zadržava nivo	Izaziva promenu nivoa u sredini perioda
Differential Manchester	Varijanta Manchester koda, neophodna sinhronizacija (clock)	Nema promene u narednom periodu	Prelaz se menja u narednom periodu
Bipolarni kôd	Pozitivni i negativni naponski nivoi se smenjuju	Postavlja pozitivan ili negativan nivo tokom pola perioda	Zadržava nizak nivo tokom čitavog perioda

Kodiranje binarnih signala

